



解析法物理シミュレーションにおける 接触面に基づいた拘束力計算法の提案

金洗瑩¹⁾, 吉田健人²⁾, 三武裕玄³⁾, 長谷川晶一³⁾

- 1) 東京工業大学 工学院 情報通信系 情報通信コース (〒226-8503 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259 R2-626)
 2) 電気通信大学 電気通信学部 知能機械工学科 (〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1)
 3) 東京工業大学 未来産業技術研究所 (〒226-8503 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259 R2-624)

概要: 物理シミュレーションは VR 環境に自律性を与える重要な役割をする. 解析法物理シミュレーションでは拘束点に運動方程式と拘束条件式を用いて LCP 問題として解く. 従来の解析法は面と面の接触を支持多角形の頂点ごとに拘束力計算するため, 計算量が重くなり, 物理シミュレーション高速化を妨げる. 本研究では, 接触面に基づいて運動方程式と拘束条件式を与えることで計算量を減らし, 物理シミュレーション高速化及び忠実性を図る.

キーワード: 物理エンジン, 拘束力計算, ZMP

1. はじめに

近年, VR (バーチャルリアリティ) に対する期待が高まっている. その結果, VR を適用したアプリケーション (例えば, 手術シミュレータなど) も登場しつつある. このことから, 自然な VR を構築するための技術を開発することが重要となる. VR を構成する三要素として, **Autonomy** (自律性), **Interaction** (対話性), **Presence** (臨場感) がある.

自律性とはユーザに関係なく世界が成り立つことを意味する. そして, VR の自律性は物理エンジンを通して実現される. そのため, 物理エンジンの性能は VR 実現において非常に重要である. 特に, VR がリアルタイムでユーザと対話するためには, 物理エンジンの計算速度を向上させることが望ましい.

従来の解析法[1]では接触面の支持多角形の頂点である接触点に基づく接触力計算が行われていた. 接触点に基づく接触力計算方法では接触面の支持多角形の頂点の数 n とすると $6 \times n$ 個の式を計算しなければならない. そのため, 計算すべき式が増えることから計算量が増大し, 物理シミュレーションの高速化を妨げる.

これに対して, 長谷川ら[2]は接触体積に基づいた接触力計算方法を提案している. この手法では, 接触体積の情報から立体形状を切る接触面に作用する接触力を表現する. この手法では接触体積の頂点と面を求め, 接触領域上にバネダンパモデルが分布していると考えることにより, 接触力を求めている. しかし, 剛体に対してバネ

Saeyoung KIM, Kento YOSHIDA, Hironori MITAKE, Shoichi HASEGAWA

ダンパモデルは時間刻みを小さくしないといけないので, 剛体間の計算において計算量が増えてしまう.

そこで本研究では, 面接触の拘束力計算を複数の点ではなく一つの面として行う接触面に基づいた 6 自由度拘束力計算法を提案し, 解析法の物理シミュレーションの高速化を目的とする.

2. 解析法における拘束解消方法

解析法では接触拘束として, 接触をしている接触面 (支持高角形) の頂点ごとに拘束式を設定している. まず, 拘束式を設定する過程から説明し, 解析法における接触拘束時の問題点を述べる.

解析法を用いたシミュレータで, 剛体の運動方程式は次のように表される. ここで, 剛体の慣性と質量の行列を M , 物体の速度・角速度を u , 拘束力・拘束トルクを f_c , その以外の力 (例えば, 重力など) を f_e とする.

$$M\dot{u} = f_c + f_e \quad (1)$$

拘束力・拘束トルクは 6 自由度 (並進運動に対する x 軸, y 軸, z 軸の 3 自由度と回転運動に対する x 軸, y 軸, z 軸の 3 自由度) に対して作用する. そのときに, 接触点に対して接触する物体間の相対速度・角速度 w , 接触点に作用する拘束力・拘束トルク λ , 時刻 t から接触点での座標変換を用いると, 式(1)は

$$w[t+1] = A\lambda + b \quad (2)$$

となり, 相対速度・角速度と拘束力・拘束トルクは式(2)と拘束条件式を連立させることで計算できる. 具体的な拘束条件式を説明するため, 図 1 のような接触状態を持ってい

ると想定する。ただし、図2は図1における相対速度・角速度と拘束力・拘束トルクを表すために、接触点で設定される拘束座標系を意味する。

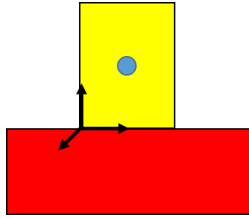


図1 接触状態

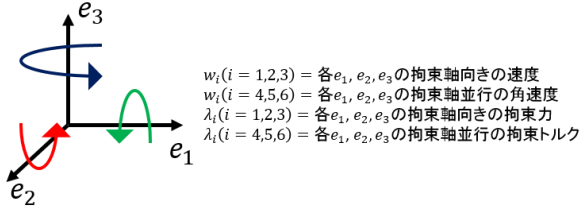


図2 拘束座標系での相対速度・角速度と拘束力・トルク
図1の接触の拘束条件式は下記ようになる。

- ・拘束軸の e_3 軸方向に進まない又は、離れる

$$(\lambda_3 > 0) \cap (w_3 = 0) \text{ or } (\lambda_3 = 0) \cap (w_3 > 0) \quad (3)$$
- ・静止摩擦が働く又は、動摩擦が働く

$$(-\mu\lambda_3 < \lambda_1, \lambda_2 < \mu\lambda_3) \cap (w_1, w_2 = 0) \text{ or}$$

$$((\lambda_1 = \mu\lambda_3 \cap w_1 > 0) \text{ or } (\lambda_1 = -\mu\lambda_3 \cap w_1 < 0)) \cup (4)$$

$$((\lambda_2 = \mu\lambda_3 \cap w_2 > 0) \text{ or } (\lambda_2 = -\mu\lambda_3 \cap w_2 < 0))$$
- ・トルクは0

$$\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6 = 0 \quad (5)$$

となる。式(3)、式(4)、式(5)の拘束条件式を式(2)に代入し、LCP問題として解くことが可能である。

連立方程式を解く方法として解析的解法と反復的解法がある。解析的解法は式を正しく解くことで厳密な解を得る方法である。しかし、正しく解くためには計算量が増大してしまうため、リアルタイム物理シミュレーションには下向きである。よって、リアルタイム物理シミュレーションでは反復的解法を用いて解く。

3. 提案手法

剛体が面で接触した場合の接触拘束を、接触面に基づいて行う。言い換えると、接触面内の1点を拘束点とし、その拘束点に対して拘束力と拘束トルクを作用させることにより、接触面に基づいた接触拘束を実現する。そのため、面に基づいた拘束は、式(5)の拘束条件式を下記のように書くことで実現される。

$$w_4, w_5, w_6 = 0 \quad (6)$$

式(6)は、接触点の角速度が0となるように拘束トルクを働かせることを意味する。ただし、式(6)のみでは、不自然な動きが起こる。ここで、不自然な動きとは転倒すべき状態であるが、転倒しないことを示す。そのため、トルクに制限を持たせる。その際に、接触法線に平行なトルクと接触法線に垂直なトルクに分けて考える。

3.1 接触法線に平行なトルク制限の仕組み

接触法線に平行なトルク制限は回転摩擦と関係がある。拘束する点から接触面の微小面積までの距離を r 、微小面積を dS 、微小面積に作用する垂直効力を dW 、摩擦係数を μ とすると、回転摩擦 M は次の式で表される。

$$M = \mu dW \int r dS \quad (7)$$

式(7)は計算量が多くなることから、簡単化する。接触面の微小面積の数を n 、接触面に採用する垂直効力を N 、接触面の頂点座標を (x_i, y_i) 、 x 座標の範囲を $x_{min} \leq x \leq x_{max}$ 、 y 座標の範囲を $y_{min} \leq y \leq y_{max}$ とする。式(7)は下記のように表される。

$$M = \mu \frac{N}{n} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} (\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy \quad (8)$$

x, y の範囲を C_x, C_y として、式(8)を差分化すると M は、

$$M = \mu \frac{N}{n} \sum_{x \in C_x} \sum_{y \in C_y} (\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (9)$$

となる。

最大静止摩擦トルクを M 、動摩擦トルクを \dot{M} とすると接触法線に平行なトルク λ_6 と接触法線に平行な角速度 w_6 は次のように拘束条件式の関係になる。

$$(w_6 \neq 0) \rightarrow \lambda_6 = \dot{M} \quad (10)$$

$$(w_6 = 0) \cap (\lambda_6 > M) \rightarrow \lambda_6 = M \quad (11)$$

となる。

3.2 接触法線に垂直なトルク制限の仕組み

接触法線に垂直なトルク制限にはZMPの位置を動かすことで実現する。ZMPとは接触面に作用する抗力の合力作用点である。

3.2.1 ZMPの算出

図1の接触点に作用する拘束力と拘束ベクトルをベクトル F, N を $F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), N(\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$ とする。

ただし、5.1節から λ_6 の制限を行う。 N に対して F に垂直な成分を \dot{N} とすると、

$$\dot{N} = N - (N \cdot \frac{F}{|F|^2}) \cdot F \quad (12)$$

となる。

また、接触点からZMPまでのベクトルを p とする。 p は拘束軸座標系で定義すると、 p は接触面にあるので以下の式が成り立つ。

$$p \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (13)$$

また、ZMPの性質から p は次の式を満たす。

$$p \times F = \dot{N} \quad (14)$$

式(13)、式(14)を用いると、

$$\begin{bmatrix} p_2 F_3 \\ -p_1 F_3 \\ p_1 F_2 - p_2 F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{N}_1 \\ \dot{N}_2 \\ \dot{N}_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

となる。式(12)、式(15)から

$$p_1 = -\frac{\dot{N}_2}{F_3}, p_2 = -\frac{\dot{N}_1}{F_3}, p_3 = 0 \quad (16)$$

となる。

3.2.2 支持多角形と ZMP の関係

ZMP は力の作用点であるため、必ず二物体接触面となる支持多角形内に存在する。しかし、本手法では接触面の角速度を拘束しているため、ZMP は支持多角形内に存在しないことがある。そして、ZMP が支持多角形外に存在するという事により、不自然な動きが起こる。不自然な動きとは転倒すべき状態であるが、転倒しないことを示す。そのため、まず ZMP が支持多角形内にあるか外にあるかを判断しなければならない。そして、ZMP が支持多角形外にあるときには、ZMP を支持多角形の最近点に移動させ、移動させた ZMP を元にトルク（接触法線に垂直なトルク）を再計算する必要がある。

3.2.2.1 支持多角形と ZMP の位置関係判定

支持多角形と ZMP の位置関係判定には符号付面積を用いる[3]。符号付き面積とは

$$\text{area}(S) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (17)$$

(ただし、 $y_{-1} = y_n, y_n = y_0$)

となり、 $\text{area}(S) > 0$ は多角形が反時計回りであり、 $\text{area}(S) < 0$ は多角形が時計回りであることを示す。

判定手順の詳細は以下ようになる。

1. 支持多角形を複数の扇形領域に分割

支持多角形内の点 G (本手法では中心とする) を定めて、点 G から各頂点に半直線を引いて扇形領域に分割する。

2. 2分探索を用いて ZMP がある扇形領域を探索

2分探索を行うことで ZMP がどの領域にあるかを判断する。擬似コードは以下ようになる。

<Figure 1 ZMP の 2分探索擬似コード>

```

l ← 0;
r ← n-1;
m ← (l+r)/2;
p ← ZMP;
g ← 点 G;
do {
  If ( area(ql, p, qm) <= 0 ) {
    If ( area(ql, g, p) <= 0 && area(p, g, qm) <= 0 )
      r ← m;
    m ← (l+r)/2;
  } Else
    l ← m;
    m ← r;
  } Else {
    If ( area(ql, g, p) >= 0 && area(p, g, qm) >= 0 )
      l ← m;
    m ← r;
  } Else
    r ← m;
    m ← (l+r)/2;
  }
} while (r-l > 1)

```

3. 支持多角形の内外と ZMP の関係判定

$\text{area}(q_l, q_r, p)$ が 0 以上であるならば、ZMP は支持多角形内にあり、 $\text{area}(q_l, q_r, p)$ が 0 未満であれば、ZMP は支持多角形外にある。

3.2.3 ZMP の最近点の探索

ZMP が支持多角形外にある場合は、支持多角形における ZMP の最近点を探索し、最近点を ZMP とする。最近点は支持多角形に垂直線をおろすことにより行う。そのため、探索も辺に垂直線を下ろせるかで判定する。

最近点探索手順の詳細は以下ようになる。

1. ZMP が属する扇形領域の辺に垂直線を下ろせるかを調べる。ZMP が属する扇形領域の辺の頂点を反時計回りに p_0, p_1 とし、ZMP を p とすると、

$$\overline{p_0 p_1} \cdot \overline{p_0 p} \geq 0 \cap \overline{p_1 p_0} \cdot \overline{p_1 p} \geq 0 \quad (18)$$

という条件を作ることができる。もし、式(18)を満たしているならば、

$$\hat{p} = p + d \cdot n \quad (19)$$

$$\left(d = \frac{\overline{p_0 p_1} \times \overline{p_0 p}}{|\overline{p_0 p_1}|} \right)$$

として、交点を計算し、探索を終了する。この様子を図 3 に示す。

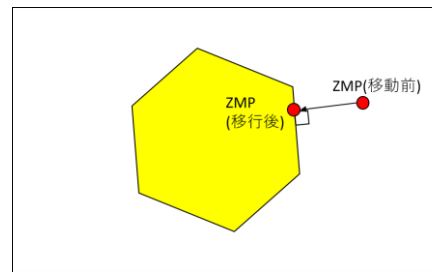


図 3 ZMP 移動の様子

2. もし、1 で垂直線を下ろせなかった場合は $\overline{p_1 p}$, $\overline{p_0 p}$ の距離を記録する。そして、反時計回りの領域にある辺の端点と p を考える。もし、垂直線が下ろせるならその交点を最近点とし、探索を終了する。下ろせないならば、記録していた $\overline{p_1 p}$ と新たに求めた距離を比較する。もし、記録した距離が新たに求めた距離より長ければ、新たに求めた距離を記録した、反時計回りの領域にある辺と ZMP で 2 を繰り返す。記録した距離が新たに求めた距離より短ければ、反時計回りの探索を終了し、3 を実行する。

3. 2 と実行することはほぼ同じである。違いは反時計回りではなく、時計回りに関してする。

4. 2,3 で垂直線を下ろせずに探索が終了された場合は、記録していた反時計回りでの距離と時計回りでの距離を比較し、短い距離に該当する頂点を ZMP とする。そして、求めた ZMP を式(16)に代入してトルクを再計算する。

4. 評価実験及び考察

今回の評価実験の目的は物理シミュレーションの高速化及び忠実性を図ることとする。実験に用いた物理エンジンは Springhead2[4]であり、シミュレーションは Intel(R) Core(TM) i5-8250U 1.60GHz の PC で行った。

4.1 物理シミュレーションの計算時間評価

本手法により拘束点を減らすことで計算時間への効果を評価するため次のような実験を行った。シミュレーションをするシーンは Box (2m × 2m × 2m) を積み上げたこ

とである。計算時間としては LCP を解く関数の計算時間を計測する。以下に、積み上げた Box 数と平均計算時間の関係を図 4 に示す。縦軸は秒であり、横軸は Box の数である。また、LCP の反復回数は 15 回となり、重力加速度は $9.8m^2/s$ となる。

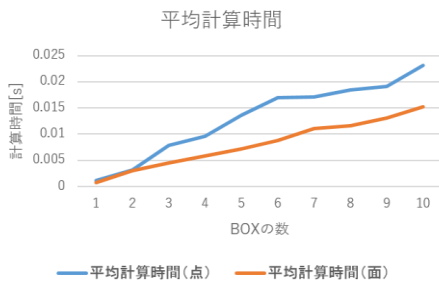


図 4 平均計算時間

図 4 の結果から、接触面に拘束条件を設定することで物理シミュレーションの高速化させることが可能となる。

4.2 物理シミュレーションの忠実性

接触面に基づいた拘束条件を定める（角速度を 0 にする）だけでは、ZMP を制限しないと面拘束では転倒が起こらない。そのため、本手法では ZMP の位置を動かして再計算することで転倒が起こるようにすることで物理シミュレーションの忠実性を満たすようにする。このことから、実際のシミュレーションとして物体の転倒が起こるシーンを想定して実際に転倒が起こるかということで忠実性確認する。

4.2.1 辺接触で転倒するケース

辺接触で転倒するときのシーンは図 5 に示す。また、転倒するときの角速度とステップの関係を図 6 に示す。



図 5 辺接触で転倒するシーン

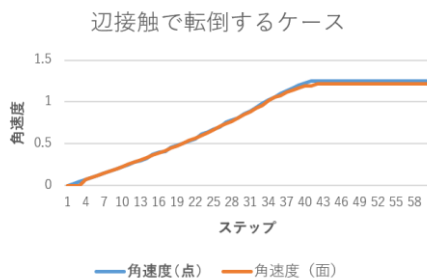


図 6 転倒による角速度（辺接触）

図 6 の結果から、接触点ごとに拘束をかける従来手法と接触面に拘束をかける本手法では変接触で転倒するケー

スにおいて、物体の動き（転倒）にはほぼ差がないことから物理シミュレーションの忠実性を確認した。

4.2.2 点接触で転倒するケース

点接触で転倒するときのシーンは図 7 に示す。また、転倒するときの角速度とステップの関係を図 8 に示す。

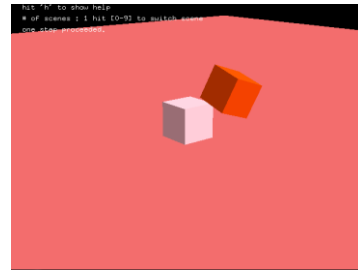


図 7 点接触で転倒するシーン

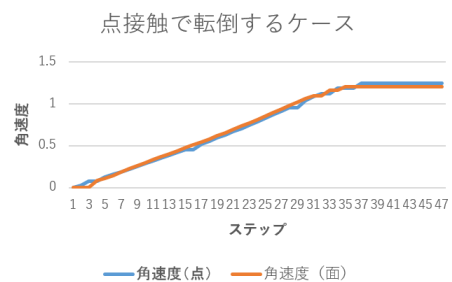


図 8 転倒による角速度（点接触）

図 8 の結果から、接触点ごとに拘束をかける従来手法と接触面に拘束をかける本手法では点接触で転倒するケースにおいて、物体の動き（転倒）にはほぼ差がないことから物理シミュレーションの忠実性を確認した。

5. 結び

本研究では拘束条件を接触点ごとではなく、接触面にかけることによって物理シミュレーションの高速化及び安定化できることを確認した。また、接触点で拘束したときに比べて動きもほぼ同じく出来た。今後は、接触点では再現できなかった円筒の接触などもこの手法を用いてシミュレーションできるようにしたい。

参考文献

- [1] David Baraff : Fast Contact Force Computation for Nonpenetrating Rigid Bodies, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pp. 23-34, 1994
- [2] 長谷川晶一, 藤井伸旭, 赤羽克仁, 小池康晴, 佐藤誠 : 力覚インタラクションのための多面体の接触体積に基づく実時間剛体運動シミュレーション, 計測自動制御学科論文集, Vol. 40, No. 2, pp.122-131, 2004
- [3] 浅野哲夫 : 計算幾何学, 朝倉出版, pp.73-85, 1990
- [4] 長谷川晶一, 三武裕玄, 田崎勇一 : 動作行動開発のための物理エンジン Springhead : A Physics Engine for Motion and Behavior, 日本ロボット学会誌, Vol. 30, No. 9, pp. 841-848, 2012