

レオロジーモデルの陰解法によるシミュレーション(補足説明)

Calculation of rheology model

松永 昇悟 (電通大) 長谷川 晶一 (電通大)

Shogo MATSUNAGA, The University of Electro-Communications
Shoichi HASEGAWA, The University of Electro-Communications

Key Word: Deformable Models, Plastic deformation

1 シミュレーション

以下では t は離散化された時刻を表わすものとし、時刻 t の値を $[t]$ で表記する。本手法では各時刻 t において以下の手順で更新を行う。

1. 拘束力 $\lambda[t]$ の計算
2. 速度の更新
3. 位置の更新

手順1において計算する拘束力 $\lambda[t]$ は、ステップ2(速度の更新)の直後、ステップ3(位置の更新)の直前において $v[t+1]$ が拘束条件を満たすように求める(陰解法)。

2 前提条件

レオロジー要素の陰解法によるシミュレーション方法について説明する。ここで、1次元レオロジー要素をFig.1に示すバネとダンパによる3要素モデルにより構築する。3要素モデルは戻り変位となるフォークト部 q_{sf} と残留変位となるダンパー部 q_{sd} を直列に接続したものとする。説明に使用する変数を以下のように定義する。

- q_s : 全体の変位
- q_{sf} : フォークト部の変位
- q_{sd} : ダンパー部の変位
- w_s : 全体の速度
- w_{sf} : フォークト部の速度
- w_{sd} : ダンパー部の速度
- λ_s : 全体の力
- h : 積分ステップ

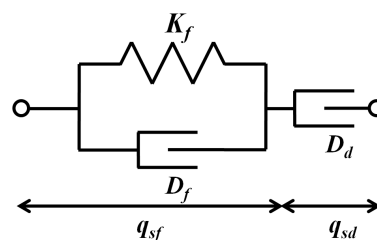


Fig. 1 Three-element model.

3 計算式

3要素モデルは力のつりあいと変位の関係から以下の式が成り立つ。

$$\begin{cases} \lambda_s = -K_f q_{sf} - D_f w_{sf} = -D_d w_{sd} \\ q_s = q_{sf} + q_{sd} \\ w_s = w_{sf} + w_{sd} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)より $w_{sd} = w_s - w_{sf}$ と $K_f q_{sf} + D_f w_{sf} = D_d w_{sd}$ から w_{sf} について整理する。

$$w_{sf} = \frac{D_d w_s - K_f q_{sf}}{D_d + D_f} \quad (2)$$

式(2)より時刻 $[t+1]$ において次式が成立する。

$$w_{sf}[t+1] = -\frac{K_f}{D_d + D_f} q_{sf}[t+1] + \frac{D_d}{D_d + D_f} w_s[t+1] \quad (3)$$

ここで $w_{sf}[t+1]$ を離散化すると、

$$w_{sf}[t+1] = \frac{q_{sf}[t+1] - q_{sf}[t]}{h} \quad (4)$$

式(3)より次式を導くことができる.

$$q_{sf}[t+1] = D_q q_{sf}[t] + D_w w_s[t+1] \quad (5)$$

$$D_q = \frac{D_d + D_f}{D_d + D_f + K_f h}$$

$$D_w = \frac{D_d h}{D_d + D_f + K_f h}$$

(6)

また, 時刻 $t+1$ において式(1)が成り立つので

$$\lambda_s[t+1] = -K_f q_{sf}[t+1] - D_f w_s[t+1] \quad (7)$$

式(7)の $w_{sf}[t+1]$ に式(3)に代入することで次式が導かれる.

$$\lambda_s[t+1] = -\frac{D_d K_f}{D_d + D_f} q_{sf}[t+1] - \frac{D_f D_d}{D_d + D_f} w_s[t+1] \quad (8)$$

次に, 式(8)の $q_{sd}[t+1]$ に式(5)を代入し, $w_s[t+1]$ について解くと

$$w_s[t+1] = -C \lambda_s[t+1] - D q_{sf}[t] \quad (9)$$

$$C = \frac{D_d + D_f + K_f h}{D_d (K_f h + D_f)}$$

$$D = \frac{K_f}{K_f h + D_f}$$

(10)

上式を用いて陰解法によるシミュレーションを行うことができる.