

拘束法の動力学シミュレータのための 安定なバネダンパモデル

田崎勇一[†] , 長谷川晶一^{††}

[†] 東京工業大学大学院情報理工学研究所 ^{††} 東京工業大学精密工学研究所/JST さきがけ

バネとダンパーさまざまな機構に用いられている。バーチャル世界では、生物の体の柔軟性の表現や、キャラクタの動作生成のための PD 制御など、多くの目的でバネ・ダンパモデルが用いられている。バネダンパモデルは、伸びと速度の差に比例した力を加えることで実現できるが、離散時間での前進積分による誤差のため、バネ・ダンパ係数とシミュレーションの時間刻みを上手く選ばないと系が発散してしまう。本研究では、抗力、摩擦力、関節の拘束条件に、後退積分によるバネ・ダンパの式加えて LCP に定式化し、繰り返し法によって解くことで、高速に安定なシミュレーションを行う。

Stable Spring-Damper Model for Constraint Based Dynamics Simulators

Yuuichi TAZAKI[†] Shoichi HASEGAWA^{††}

[†] Dept. of Math. and Comp. Sci, Tokyo Institute of Technology

^{††} P&I Lab, Tokyo Institute of Technology / PRESTO JST

Springs and dampers are used in various mechanisms. In addition, spring and damper models are used for many purpose such as representation of flexibleness of bodies of creatures and plants, and PD-control for character motion generation.

Spring and damper models can be implemented by adding forces which are proportional to the expansions and the differences of velocities. However, systems diverge without careful tuning of spring and damper coefficient and time-steps, because of errors from time discretization and explicit integration.

We propose a fast and stable simulation method, which formulates all constraints as LCP by adding equations of spring damper models in implicit integration as constraints besides constraints for normal forces, friction forces and joints and solves LCP with an iterative method.

1 はじめに

1.1 リアルタイム剛体運動シミュレーション

剛体の物理シミュレーションは、物体の運動をリアルに再現するので、アニメーションの制作などに用いられてきた¹⁾。高速な計算機と GPU が普及しリアルタイム 3D グラフィックスがバーチャルリアリティやゲームに用いられるようになると、物理シミュレーションをリアルタイムに行い、バーチャル世界の物体の運動をシミュレーションで生成すること²⁾, ³⁾が行われるようになり、リアルタイム物理エンジンとして普及しつつある⁴⁾, ⁵⁾。

1.2 バネ・ダンパモデルの役割

バネとダンパは、実世界でも、車のサスペンションやドアなどさまざまな機構に用いられている。バーチャル世界では、実世界でのバネダンパに加えて、草木や動物・人間の体の柔軟性やスイッチやボタンなどの操作対象の動きを表現するためにも、バネ・ダンパモデルが用いられる。

また、ゲームなどのバーチャル空間の物体モデルでは、単に物理法則に従うだけでなく、物体の位置・姿勢を制御したい場合がある。たとえば、キャラクタの体のように意志に基づいて動く物体を表現するためには、物体の位置姿勢を設定する必要がある。このとき、物体の位置・姿勢を直接指定してしまうと、他の物体と接触した場合など外力を受けた場合

に、外力に応じた動作をしなくなってしまう、物理シミュレーションされた物体に対して不自然な動作となってしまう。そこで、バネ・ダンパモデルを用いて物体の位置・姿勢を設定すること (= PD 制御) がしばしば行われる。

1.3 安定なバネダンパモデル

バネダンパモデルは、位置と速度に比例した力を加えることでシミュレーションできるが、この手法では、前進積分 (Explicit Integration) による誤差の影響で、シミュレーションの時間刻みを十分小さくしないと、バネ係数、ダンパ係数を大きく取った場合に発散してしまい、硬いバネ・ダンパは実現できない。

本研究では、バネダンパモデルによる力を後退積分 (Implicit Integration) によって求める式を拘束条件と考え、ほかの拘束条件とあわせて、繰り返し計算による LCP ソルバーによって解くことで、バネ・ダンパ係数とシミュレーションの時間刻みが大きな場合でも安定なシミュレーションを行う。

2 従来の研究

2.1 動力学シミュレーション

物体の運動は、物体に働く力が求まれば、運動方程式の数値解としてシミュレーションできる。重力、バネによる力、動摩擦力など、場の力や物体の位置・速度によって決まる力は簡単な計算で求まる。しかし、抗力や静止摩擦力など複数物体の位置関係を部分的に拘束する力 (拘束力) は、その値ではなく、拘束の条件を満たすような力として与えられ、簡単には求まらない。

Baraff ら¹⁾ は、拘束条件と運動方程式を連立させ LCP (Linear Complementaly Problem) に帰着させて解く事で拘束力を求める手法を用いてアニメーションを生成している。拘束条件は接触の数に応じて次元が増えるため、たくさんの物体が接触した場合大規模な LCP を解く必要がある。⁶⁾ は、ガウス・サイデル法という繰り返しによって近似解を求める手法を用いて接触数が多い場合にも高速にシミュレーションする手法を提案している。

2.2 バネダンパモデル

Anitescu ら⁷⁾ は、後退積分 (Implicit Integration) によるバネ・ダンパモデルを接触力や関節の拘束力などと同様に拘束条件として連立させ、LCP (Linear complementary problem) に帰着させる手

法を提案し、この手法がシミュレーションの時間刻みを大きく (10Hz-60Hz) 取った場合にも、バネ・ダンパモデルを安定にシミュレーションできることを示している。

本研究では、Anitescu ら⁷⁾ の提案を元に、物体間および関節に自由なバネダンパ係数を設定した場合にも、高速に安定なシミュレーションを実現する手法を提案し、バーチャル世界の間人や動物などの動作を安定にシミュレーションするための物理シミュレータを構築する。

2.3 キャラクタの動きの生成

これまで、バーチャル世界の中の間人や動物といったキャラクタの動きは、モーションデータの再生で行われることが多く、物体と接触した場合などの反応動作の生成が課題となっている。

Zordan ら⁸⁾ は、物理シミュレーションされた人体モデルをモーションデータに追従させることで、動力学的な拘束を満たした動作を生成することを提案している。この手法では、前進積分で PD 制御を行っているため、最適な制御係数を決定するために多くの計算時間が必要となり、リアルタイムには動作しない。

長谷川ら⁹⁾ は、剛体と関節にバネダンパモデルに基づく力を加えて制御し、アバターやキャラクターの動作をリアルタイムに生成することを提案し、接触などの影響を考慮にいたれた、キャラクタモーションを簡易に生成している。しかしこの手法では、前進積分 (Explicit Integration) による誤差のため、安定なシミュレーションを実現するためには、シミュレーションの時間刻みを十分小さく (300Hz-10kHz) する必要がある、単位時間あたりの計算量が多くなる上、バネダンパ係数を注意深く選ぶ必要がある。

尾下ら^{10, 11)} は、モーションデータから関節加速度とその実現に必要なトルクを求め、外力を考慮したうえでトルクを最適化しよう加速度を変化させることで、リアルタイムに反応動作を生成する手法を提案している。この手法では、最適化に時間がかかるため、モデルに依存した自由度の削減などの簡略化が必要となる。

3 動力学シミュレーションの実装

本節では、関節、接触、そしてバネ・ダンパによって拘束を受ける剛体の動力学シミュレーションの実装方法について述べる。まず、3.1 節において剛体

の拘束運動を LCP に帰着する方法について簡単に述べ、次に 3.2 節で、この枠組みにバネ・ダンパの効果を組み入れる方法を述べる。続く 3.3 節で LCP を高速に解くための反復解法について述べる。また、この際に必要な反復回数を低減するために効果的な拘束力の初期値の設定について考察する。

3.1 LCP への帰着

時刻 t における剛体の位置、速度を表わす変数をそれぞれ $p(t)$, $v(t)$ とおく。剛体に作用する拘束は等式拘束と相補性拘束に分けられる。等式拘束は、主に関節による剛体の連結を表現するために用い、相補性拘束は、主に剛体同士の接触を表現するために用いる。ここで等式拘束および相補性拘束によって拘束される速度変数をそれぞれ w_e , w_c とおく。また、対応する拘束力を λ_e , λ_c とおく。すると、これらは適切なヤコビ行列を用いて

$$w_e(t) = J_e(t)v(t) \quad (1)$$

$$w_c(t) = J_c(t)v(t) \quad (2)$$

と表わせる。また、これらをまとめて

$$w = \begin{bmatrix} w_e \\ w_c \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_e \\ J_c \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

と表記する。

まず、剛体の運動は Newton-Euler の運動方程式に基づき以下のように記述される。

$$M\dot{v}(t) = f(t) + J(t)^T \lambda(t) \quad (4)$$

ここで M は質量行列、 $f(t)$ は外力とコリオリ項を含むベクトルである。

一方、拘束条件は次のように記述される。

$$w_e(t) = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$w_c(t) \geq \mathbf{0}, \lambda_c(t) \geq \mathbf{0}, w_c(t)^T \lambda_c(t) = 0 \quad (6)$$

ただしベクトルに関する不等号は、各成分について不等号が成り立つことを意味する。

さて、動力学シミュレーションでは、常微分方程式 (4) を元に何らかの離散時間上の更新則を導く必要がある。この際どのような更新則を用いるか、また、拘束の取り扱いをいかにして更新則に組み入れるかによって、動力学シミュレーションの精度および安定性は大きく左右される。

以下では t は離散化された時刻を表わすものとし、時刻 t の値を $[t]$ で表記する。本手法では各時刻 t において以下の手順で更新を行う。

1. 拘束力 $\lambda[t]$ の計算
2. 速度の更新

$$v[t+1] = v[t] + M^{-1}(f[t] + J[t]^T \lambda[t])h \quad (7)$$

3. 位置の更新

$$p[t+1] = p[t] + v[t+1]h \quad (8)$$

ここで h は積分ステップである。手順 1 において計算する拘束力 $\lambda[t]$ は、ステップ 2(速度の更新)の直後、ステップ 3(位置の更新)の直前において $v[t+1]$ が拘束条件を満たすように求める。すなわち、拘束条件は

$$w_e[t+1] = J_e[t]v[t+1] \quad (9)$$

$$w_c[t+1] = J_c[t]v[t+1] \quad (10)$$

と書ける。式 (7) 式 (8) より、拘束力を求める問題は、次の線形相補性問題 (LCP) に帰着される。

$$\begin{bmatrix} w_e[t+1] \\ w_c[t+1] \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_e[t] \\ \lambda_c[t] \end{bmatrix} + b \quad (11)$$

$$A = J[t]M^{-1}J[t]^T h \quad (12)$$

$$b = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} \quad (13)$$

$$w_e[t+1] = \mathbf{0} \quad (14)$$

$$w_c[t+1] \geq \mathbf{0}, \lambda_c[t] \geq \mathbf{0}, w_c[t+1]^T \lambda_c[t] = 0 \quad (15)$$

次節では、上述の枠組みにバネ・ダンパの効果を組み入れる方法を述べる。

3.2 バネ・ダンパの実装

前節で定義した w_e , w_c に加えて、バネ・ダンパが作用する速度変数として w_s を考える。 w_s についても他と同様に適切なヤコビ行列を用いて

$$w_s(t) = J_s(t)v(t) \quad (16)$$

と表わせる。また、対応する拘束力(バネ・ダンパ力)を λ_s とする。さて、線形バネ・ダンパにおける拘束力と速度との関係は

$$\begin{aligned} \lambda_s[t] &= -Kq_s[t+1] - Dw_s[t+1] \\ &\approx -K(q_s[t] + w_s[t+1]h) - Dw_s[t+1] \end{aligned} \quad (17)$$

と書ける．ここで $q_s[t]$ は時刻 t におけるバネの変位を表わす．さらに，上式は次のように変形される．

$$w_s[t+1] = -(D + Kh)^{-1}\lambda_s[t] - (D + Kh)^{-1}Kq_s[t] \quad (18)$$

ここで改めて

$$w = \begin{bmatrix} w_e \\ w_c \\ w_s \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_e \\ J_c \\ J_s \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \\ \lambda_s \end{bmatrix} \quad (19)$$

と再定義すると，前節と同様にして

$$\begin{bmatrix} w_e \\ w_c \\ w_s \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \\ \lambda_s \end{bmatrix} + b \quad (20)$$

$$A = J[t]M^{-1}J[t]^T h \quad (21)$$

$$b = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} \quad (22)$$

となる．ここで式 (20) に式 (18) を代入し，これを右辺に移項すると

$$\begin{bmatrix} w_e[t+1] \\ w_c[t+1] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \tilde{A} \begin{bmatrix} \lambda_e[t] \\ \lambda_c[t] \\ \lambda_s[t] \end{bmatrix} + \tilde{b} \quad (23)$$

$$\tilde{A} = J[t]M^{-1}J[t]^T h + \begin{bmatrix} O & O & O \\ O & O & O \\ O & O & (D + Kh)^{-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\tilde{b} = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ (D + Kh)^{-1}Kq_s \end{bmatrix} \quad (25)$$

を得る．上式より，バネ・ダンパ拘束は，修正された係数行列・係数ベクトル \tilde{A}, \tilde{b} によって定義される LCP における等式拘束として等価的に表現できることが分かる．

3.3 反復解法と初期値の選定

ガウス・ザイデル法による LCP の反復解法について述べる．以下では時刻を示す $[t]$ は省略する．まず行列 \tilde{A} の分割

$$\tilde{A} = L + D + U \quad (26)$$

を考える．ここで D は行列 \tilde{A} の対角成分を抜き出した対角行列， L および U はそれぞれ \tilde{A} の下三角および上三角成分を持つ行列である．

k 番目の反復における拘束力ベクトルを λ^k とおく．また， λ^k の i 番目の要素を λ_i^k と書く．ガウスザイデル法では，初めに初期値 λ^0 を設定した後， k 番目の反復において以下を計算する．

i 番目の成分 ($i = 1, 2, \dots, n$ の順) について以下の 2 式を計算:

$$\lambda_i^{k+1} \leftarrow -\left(\sum_{j=0}^{i-1} L_{i,j} \lambda_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^{n-1} U_{i,j} \lambda_j^k + \tilde{b}_i\right) / D_{i,i} \quad (27)$$

$$\lambda_i^{k+1} \leftarrow \max(0, \lambda_i^{k+1}) \quad \text{if } n_e < i \leq n_e + n_c \quad (28)$$

ただし， \leftarrow は代入操作を意味する．また n, n_e, n_c はそれぞれ $\lambda, \lambda_e, \lambda_c$ の要素数である．

反復の終了条件としては，拘束力の変化量 $\|\lambda^{k+1} - \lambda^k\|$ が所定の閾値以下に達するかどうかで判定するのが普通である．この場合は LCP の係数 (\tilde{A}, \tilde{b}) および初期値 λ^0 に応じて必要な反復回数は異なる．しかしながら，動力学シミュレーションでは毎回の拘束力計算において反復回数（ひいては計算時間）が変動することは望ましくない．その代わりに，反復回数を予め決められた値に固定することが考えられる．反復回数を固定すると，場合によってはある程度の拘束誤差を残したまま反復計算を打ち切ることになるが，動力学シミュレーションではしばしば精度よりも安定性・計算時間が優先されるので，このような方策が適していると言える．

一方，より小さな反復回数で解に近づくためには，初期値 λ^0 をなるべく解に近い値に設定することが望ましい．動力学シミュレーションにおいてこれを実現するには，前回の拘束力計算の解を次回の初期値に用いることが自然に考えられる．

4 評価

4.1 従来法との比較

提案手法によるバネ・ダンパの実装と，従来手法による実装についてこれらの安定性を比較する．支点に線形バネ・ダンパを取り付けた単振り子に対し，振り子の角度 (=バネの変位) 90° を初期値としたときの時系列を Fig. 1 に示す．横軸は時刻 [s]，縦軸は振り子の角度 [rad] である．振り子の長さを $0.5[\text{m}]$ ，振り子

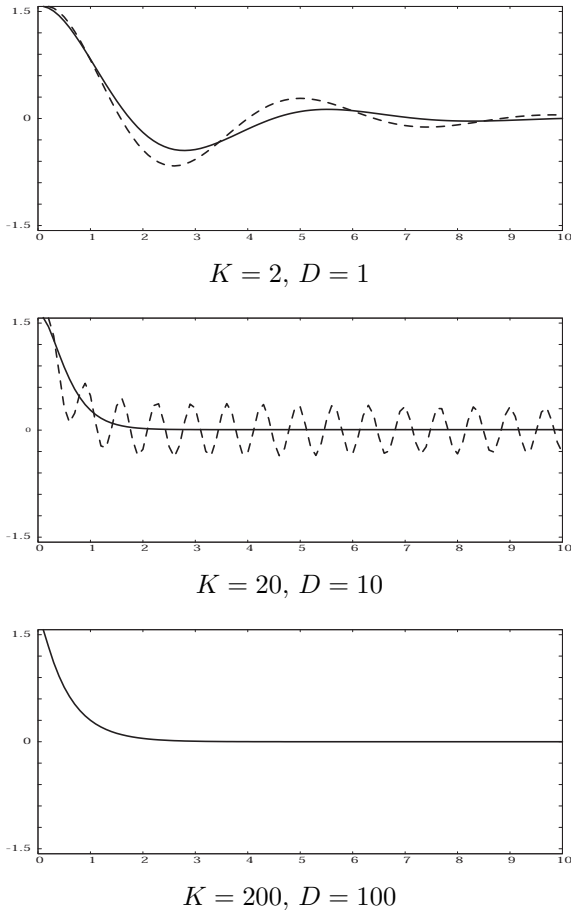


Fig. 1 Comparison between proposed method and explicit method.

先端の質量を $1.0[\text{kg}]$ 、積分幅を $0.1[\text{s}]$ とした。提案手法による時系列は実線、従来手法によるものは破線で描かれている。ただし、ここで述べる従来手法とは、各時刻 t で振り子の角度 $q_s[t]$ と角速度 $w_s[t]$ を取得し、支点に加えるトルクを $\tau[t] = -K q_s[t] - D w_s[t]$ とする方法である。バネ係数 $K = 2.0$ 、ダンパ係数 $D = 1.0$ の場合（上段）ではいずれの手法においても安定性は保たれている。 $K = 20.0, D = 10.0$ の場合（中段）では従来手法の時系列に定常的な発振が見られ、従来手法の限界に達していることが観察される。下段は $K = 200.0, D = 100.0$ の場合で提案手法の時系列のみを描いたものである。提案手法ではこのような大きなバネダンパ係数を設定しても安定性が保たれることが確認された。

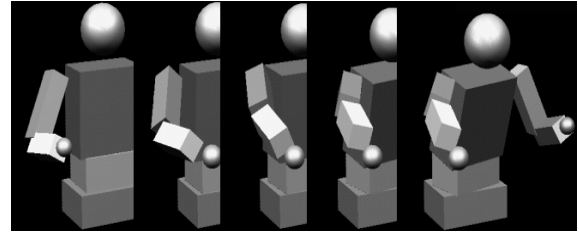


Fig. 2 A model and generated motion of upper part of body.

4.2 位置・姿勢の制御

提案手法によるバネ・ダンパと動力学シミュレーションを用いて、簡単にリアルタイムに動作生成ができることを確かめるため、人体の上半身を模したモデルの簡易的な動作生成を行った。

動作生成対象のモデルとしては、図2のような、8つの剛体と、7つの関節からなる11自由度（両肩が3自由度）のモデルを用意した。各関節には支点に回転のバネ・ダンパを取り付け、手先と目標位置を表す球体の間には2点間のバネ・ダンパモデルを取り付けた。シミュレータの時間刻み Δt は 0.1 秒とし、関節のバネ係数は $10 \sim 160[\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}]$ 、手先のバネ係数は $3000[\text{N}/\text{m}]$ とした。目標位置を瞬間的に移動した後シミュレーションを続けることで、図2のような動作が生成できた。

5 おわりに

5.1 考察

本研究では、安定なバネダンパモデルの導入やLCPソルバの誤差についての考察により、安定な動力学シミュレーションを実現した。

バネダンパは、現実世界でもさまざまな機構に用いられているほか、多くの物、現象がバネダンパによってモデル化することができ、動力学シミュレータにおいて非常に重要な構成要素だと考えている。

たとえば、バネダンパモデルを関節に組み込み、指定された軌跡にあわせて目標位置・速度を設定することで、指定の軌跡を追従しつつ、外力に対する反応動作を簡易に生成できる。この手法は、軌道の追従性と関節の硬さを独立に調整できないという問題があるが、Oshitaらの手法¹⁰⁾のような最適化問題に帰着させる手法に比べて、簡易に実現できるので、ゲームなどの制作に有用なのではないかと考え

ている。

また、制御器を設計してキャラクタモーションを生成する場合でも、トルクや加速度を出力とする制御器を前進積分でシミュレーションした場合、前進積分が不安定性の原因となり、シミュレーションの時間刻みを大きくできないため、計算量が大きくなってしまふ。バネ・ダンパ係数、目標位置・速度を出力とする制御器を構築したり、制御器をLCPに組み込むことができれば、この問題を解決できる可能性がある。

5.2 結論

本研究では、Anitescuら⁷⁾が提案した後退積分による2点間のバネダンパモデルシミュレーションをLCPに組み込む手法を拡張・変形し、関節などにバネ・ダンパを組み込み、安定にシミュレーションする手法を提案した。

また、LCPソルバの誤差と初期値について考察し、前回の結果を初期値として用いることで、少ない反復回数で精度を維持できることを指摘した。これらに基づき、バネダンパを含む複雑な機構を安定にシミュレーション可能な、リアルタイム動力学シミュレータを構築した。

今後の課題としては、

- 提案手法の安定性を評価・証明すること、
- より高度な制御器をLCPソルバへ組み込み、高度な制御器についても安定なシミュレーションを実現すること、
- 物理シミュレーションと制御器を用いてキャラクタモーションを生成すること、

を行いたいと考えている。

参考文献

- 1) D. Baraff: “Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies”, Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH 89) Vol. 23, pp. 223-232, 1989.
- 2) Valve Corporation: “HALF-LIFE 2”, <http://www.valvesoftware.com/>,
- 3) S.Hasegawa and M.Sato: “Real-time rigid body simulation for haptic interactions based

on contact volume of polygonal objects”, EUROGRAPHICS 2004, Computer Graphics Forum, 2004.

- 4) Havok: “Havok Physics” <http://www.havok.com/>, 1998-
- 5) AGEIA Technologies Inc.: “PhysX SDK”, <http://www.ageia.com/>, 2005-
- 6) D. Baraff: “Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies”, Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH94), pp. 23-34, 1994.
- 7) M. Anitescu, F. A. Potra: “A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction”, Intl. J. for Numerical Methods in Engineering 2002 55, pp.753-784, 2002.
- 8) Victor B. Zordan, and Jessica K. Hodgins, “Tracking and Modifying Upper-body Human Motion Data with Dynamic Simulation”, Computer Animation and Simulation 99 (Proceedings of Eurographics Workshop on Animation and Simulation '99), 1999.
- 9) Shoichi Hasegawa, Ishikawa Toshiaki, Naoki Hashimoto: “Human Scale Haptic Interaction with a Reactive Virtual Human in a Realtime Physics Simulator”, ACM SIGCHI INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN COMPUTER ENTERTAINMENT TECHNOLOGY(ACE2005), 2005
- 10) M. Oshita, A. Makinouchi: “A Dynamic Motion Control Technique for Human-like Articulated Figures”, EUROGRAPHICS 2001, Computer Graphics Forum, Vol. 20, No. 3, pp. 192-202, 2001.
- 11) Masaki Oshita: “Motion-Capture-Based Avatar Control Framework in Third-Person View Virtual Environments”, ACM SIGCHI International Conference on Advances in Computer Entertainment Technology 2006 (ACE 2006), Hollywood, USA, 2006.